

Ćwiczenie nr 5

BADANIE PROMIENIOWANIA RENTGENOWSKIEGO

I. Podstawy fizyczne

1. Wstęp

Od czasu odkrycia w 1895 roku przez Wilhelma Röntgena (1845-1923)¹⁾ przenikliwego promieniowania elektromagnetycznego znaleziono dla niego bardzo wiele zastosowań praktycznych. Najbardziej znane z nich to:

- dyfrakcyjne badania strukturalne ciał stałych, polegające na wyznaczaniu struktur krystalicznych ciał stałych, łącznie z odtworzeniem położeń poszczególnych atomów w komórce elementarnej kryształu (wykorzystuje się tu zjawisko dyfrakcji promieniowania rentgenowskiego na atomach sieci krystalicznej i fakt, że długość fali tego promieniowania jest porównywalna z typowymi odległościami międzyatomowymi w kryształach)
- badania absorpcyjne wykorzystujące fakt, że różne obszary badanego materiału (obiektu) w różnym stopniu absorbują promieniowanie rentgenowskie. Do tej grupy można zaliczyć między innymi standardowe prześwietlenia rentgenowskie w medycynie, rentgenowską tomografię komputerową, prześwietlenia bagaży w portach lotniczych itp.

2. Ciągłe promieniowanie rentgenowskie

Promieniowanie rentgenowskie jest promieniowaniem elektromagnetycznym o długości fali $0,01\text{nm} \leq \lambda \leq 10\text{nm}$ ($1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$) i energii $0,1\text{keV} \leq h\nu \leq 100\text{keV}$ ($1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{J}$). Ciągłe promieniowanie rentgenowskie powstaje w wyniku hamowania²⁾ elektronów przez chmury elektronowe atomów tarczy. W procesie tym energia kinetyczna elektronów (zwykle uzyskana dzięki przyśpieszeniu elektronów w silnym polu elektrycznym), wyrażająca się wzorem:

$$E = mv^2/2 = eU \quad [1]$$

gdzie: m - masa elektronu, v - prędkość elektronu, U - napięcie przyśpieszające

1) pierwsza Nagroda Nobla w zakresie fizyki w roku 1901

2) używana jest również nazwa **promieniowanie hamowania**

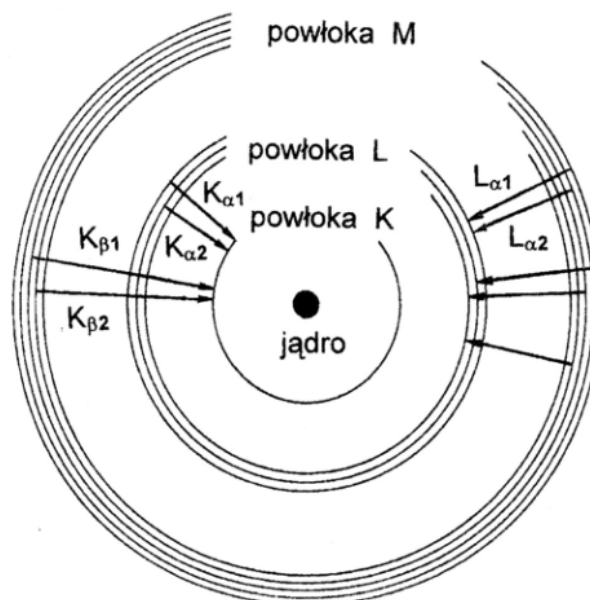
elektronu, e - ładunek elektryczny elektronu, jest częściowo lub całkowicie zamienia-

na na energię promieniowania rentgenowskiego. W zależności od rodzaju zderzenia elektrony tracą różne ilości energii i dlatego energia powstających kwantów promieniowania rentgenowskiego $h\nu$ (gdzie oczywiście $h\nu \leq E$) obejmuje szeroki zakres wartości tworząc widmo ciągłe, nazywane **promieniowaniem białym** lub **ciągłym**. Widmo to (przedstawione w funkcji długości fal) rozpoczyna się od pewnej progowej długości fali λ_{gr} nazywanej **granica krótkofalowa**. Granica krótkofalowa odpowiada sytuacji, w której cała energia kinetyczna elektronu (E) zostaje zamieniona na energię promieniowania rentgenowskiego. Spełniony jest wówczas warunek: $E = hc/\lambda_{gr}$. Zgodnie z nim i równaniem [1], położenie granicy krótkofalowej zależy bezpośrednio od napięcia przyspieszającego elektrony w lampie rentgenowskiej:

$$\lambda_{gr} = hc / eU \quad [2]$$

3. Charakterystyczne promieniowanie rentgenowskie

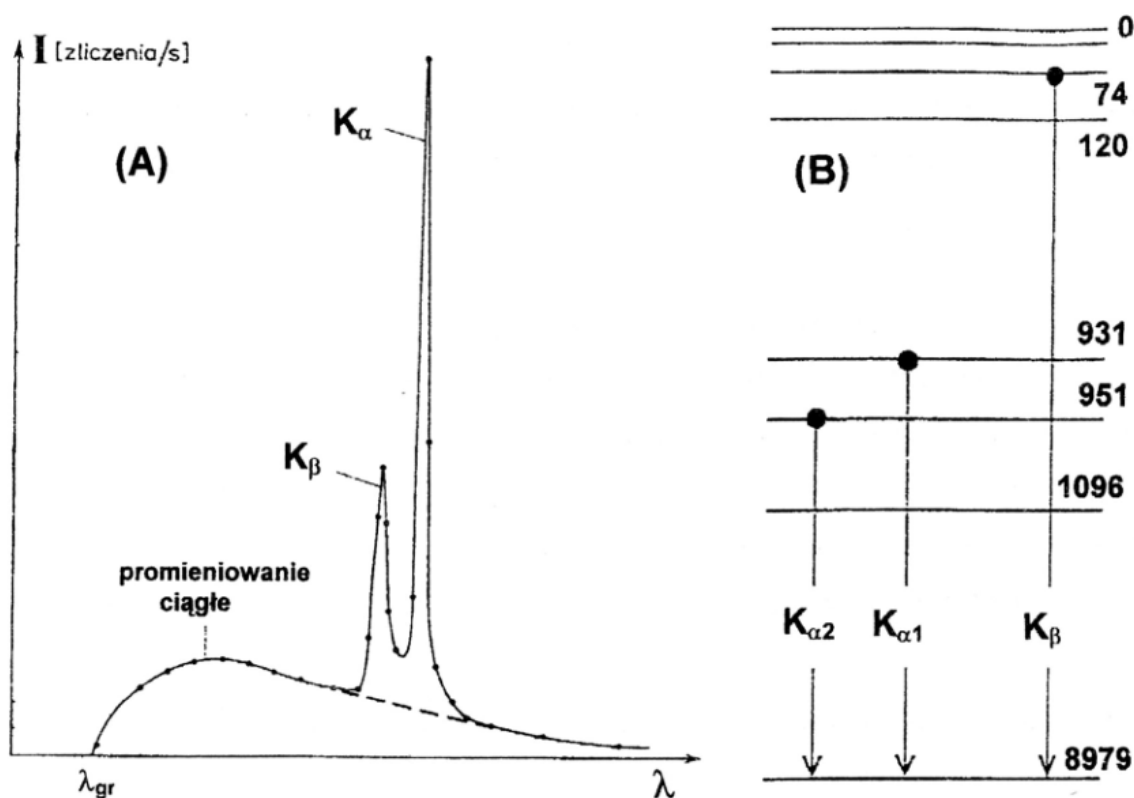
Jeżeli energia elektronów jest dostatecznie duża, by wybić elektrony z wewnętrznych powłok atomów tarczy to towarzyszy temu emisja promieniowania rentgenowskiego o dyskretnym rozkładzie energii. Spowodowane jest to przechodzeniem elektronów z wyższych poziomów energetycznych na poziomy energetyczne, z których zostały wybite elektrony. Przejściom takim towarzyszy emisja kwantu promieniowania o



Rys.1. Przejścia pomiędzy różnymi poziomami energetycznymi i powstałe wskutek tego charakterystyczne linie promieniowania rentgenowskiego. energii ΔE równej różnicy energii poziomów, pomiędzy którymi nastąpiło przejście. Promieniowanie to, w odróżnieniu od promieniowania ciągłego, nazywa się

promieniowaniem charakterystycznym. Przyjęto serie charakterystycznych linii rentgenowskich oznaczać symbolem powłoki, na którą zachodzi przeskok elektronu. Grecki symbol określa czy przeskok następuje z sąsiedniej powłoki, czy z którejś kolejnej. I tak linia należąca do serii K, związana z przejściem elektronu z powłoki L na K ma symbol K_{α} , przy przejściu elektronu z powłoki M na K mamy linię K_{β} itd. Rys.1 przedstawia przejścia pomiędzy różnymi poziomami energetycznymi i powstałe wskutek tego charakterystyczne linie promieniowania rentgenowskiego.

Przykład widma rentgenowskiego z zastosowaniem tarczy (antykatody) miedzianej jest pokazany na **Rys.2A**. Elektronowe poziomy energetyczne wraz z liniami charakterystycznymi dla miedzi przedstawia **Rys.2B**.



Rys.2. Widmo emisyjne promieniowania rentgenowskiego lampy z tarczą miedzianą - **(A)**, elektronowe poziomy energetyczne wraz z liniami charakterystycznymi dla Cu, energie poziomów podano w elektronowoltach - **(B)**.

W rentgenowskich badaniach struktur krystalicznych (rentgenowskiej analizie strukturalnej) wykorzystuje się przede wszystkim promieniowanie o ściśle określonej długości fali i z tego punktu widzenia bardziej interesujące są linie charakterystyczne niż promieniowanie ciągłe. Drugą zaletą, z punktu widzenia analizy strukturalnej, linii charakterystycznych, szczególnie z serii K, są ich większe niż promieniowania ciągłego jasności spektralne, czyli natężenia przypadające na jednostkowy przedział długości fali.

Długości fal promieniowania charakterystycznego emitowanego przez atomy tarczy (antykatody), o liczbie atomowej Z , są opisywane wzorem:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad [3a]$$

gdzie R jest stałą Rydberga wynoszącą $1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$, n, m są głównymi liczbami kwantowymi poziomów, liczba kwantowa m określa daną serię widmową, a σ - stałą ekranowania. W przypadku ustalonych wartości m i n czynnik $R \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right]$ można zastąpić stałą p otrzymując wyrażenie:

$$\frac{1}{\lambda} = p(Z - \sigma)^2 \quad [3b]$$

Jest to tzw. **wzór Moseleya**. Zgodnie z nim długość fali promieniowania charakterystycznego zmniejsza się odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu liczby atomowej Z tarczy.

4. Absorpcja promieniowania rentgenowskiego

Podczas przechodzenia przez materię promieniowania rentgenowskiego następuje jego osłabienie. Jeśli założymy, że wiązka promieniowania o natężeniu I_0 przechodzi przez absorbent o grubości dx , to straty dI w elemencie dx są proporcjonalne do I_0 , dx i współczynnika μ nazywanego **liniowym współczynnikiem absorpcji**:

$$dI = - \mu I_0 dx \quad [4]$$

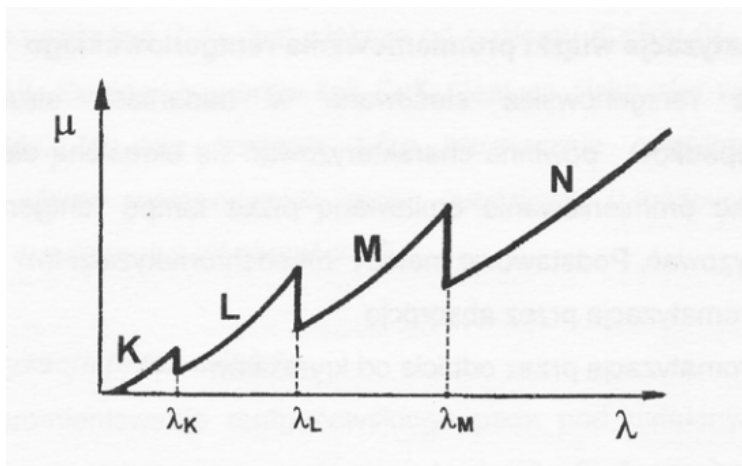
Po scałkowaniu tego wyrażenia otrzymujemy **równanie absorpcji Beera**:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad [5]$$

W praktyce najczęściej posługujemy się **masowym współczynnikiem absorpcji** μ_m który jest równy stosunkowi μ do gęstości absorbenta ρ . Wartości μ_m , dla poszczególnych pierwiastków, są zazwyczaj stabelaryzowane w funkcji długości fali promieniowania rentgenowskiego.

Na **Rys.3** pokazana jest zależność liniowego współczynnika absorpcji promieni Röntgena od długości fali. Występujące na nim charakterystyczne progi (krawędzie) absorpcji λ_K , λ_L i λ_M odpowiadają skokowi pochłaniania promieniowania o określonej długości fali. Gwałtowny wzrost μ podczas zbliżania się do progu absorpcji od strony dłuższych fal związany jest z osiągnięciem przez kwanty dostatecznej energii do wybicia elektronu odpowiednio z powłoki K, L, M i N atomów absorbenta.

Dla danego absorbenta, pomiędzy progami absorpcji, zarówno liniowy jak i masowy współczynnik absorpcji wzrastają proporcjonalnie do trzeciej potęgi długości fali. Absorbencję można zatem zmniejszyć stosując bardziej krótkofalowe promieniowanie rentgenowskie.



Rys.3. Zależność liniowego współczynnika absorpcji promieni Röntgena od długości fali.

Wykres przedstawiony na **Rys.3** jest uproszczony, ponieważ nie uwzględnia struktury subtelnej elektronowych poziomów energetycznych absorbenta. W rzeczywistości istnieje jedna krawędź K, trzy krawędzie L i pięć krawędzi M (porównaj **Rys.1**).

Absorbpcja promieniowania rentgenowskiego zależy od rodzaju absorbenta. Materiały zawierające atomy o dużej liczbie atomowej Z pochłaniają kwanty promieniowania rentgenowskiego efektywniej niż substancje składające się z pierwiastków o małym Z . Masowy współczynnik absorpcji μ_m wzrasta z liczbą atomową w przybliżeniu jak Z^3 . Uwzględniając ten fakt i podaną wyżej zależność absorpcji od długości fali możemy napisać :

$$\mu_m = c \lambda^3 Z^3 \quad [6]$$

gdzie c jest w przybliżeniu stałe pomiędzy poszczególnymi progami absorpcji.

Jeśli uwzględnimy, że głównym składnikiem kości jest fosforan wapnia $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$, a o pochłanianiu promieniowania rentgenowskiego przez tkanki decyduje woda (liczby atomowe dla wapnia, fosforu, tlenu i wodoru są odpowiednio równe 20, 15, 8 i 1) to stosunek masowych współczynników absorpcji dla kości i tkanek można

w sposób przybliżony obliczyć następująco:

$$(\mu_m)_{\text{kości}} / (\mu_m)_{\text{tkanek}} \approx (3 \cdot 20^3 + 2 \cdot 15^3 + 8 \cdot 8^3) / (2 + 8^3) \approx 68$$

Tłumaczy to zastosowanie promieniowania rentgenowskiego w badaniach medycznych. Promieniowanie przechodzące przez kości jest bardziej osłabione i słabiej zaczerpnia klisze rentgenowskie.

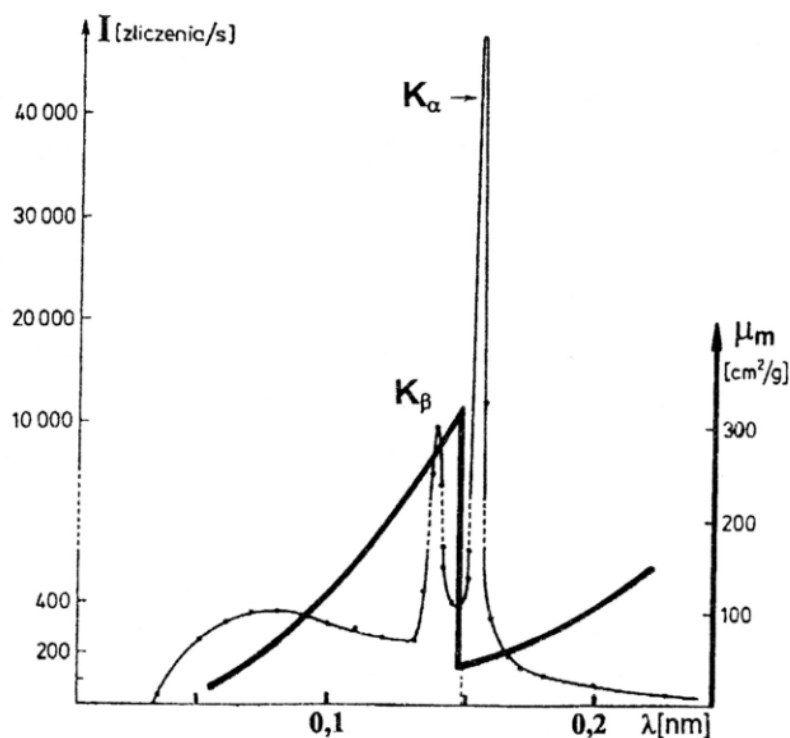
5. Monochromatyzacja wiązki promieniowania rentgenowskiego

Promieniowanie rentgenowskie stosowane w badaniach strukturalnych, w większości przypadków, powinno charakteryzować się określoną długością fali. W tym celu wiązkę promieniowania emitowaną przez lampę rentgenowską należy zmonochromatyzować. Podstawowe metody monochromatyzacji to:

- monochromatyzacja przez absorpcję
- monochromatyzacja przez odbicie od kryształów.

5.1 Monochromatyzacja przez absorpcję

W metodzie tej na drodze wiązki promieniowania rentgenowskiego umieszczona jest



Rys. 4. Widmo emisyjne promieniowania rentgenowskiego lampy z tarczą miedzianą i masowy współczynnik absorpcji niklu w zależności od długości fali.

cienka folia metalowa. Jeśli folia ma grubość x , to po jej przejściu natężenie określone będzie zależnością [5]. W zakresie energii pomiędzy progami absorpcji, natężenie

promieniowania po przejściu przez absorbent ulegnie stosunkowo równomiernemu osłabieniu. Sytuacja zmienia się radykalnie, gdy energia kwantów promieniowania

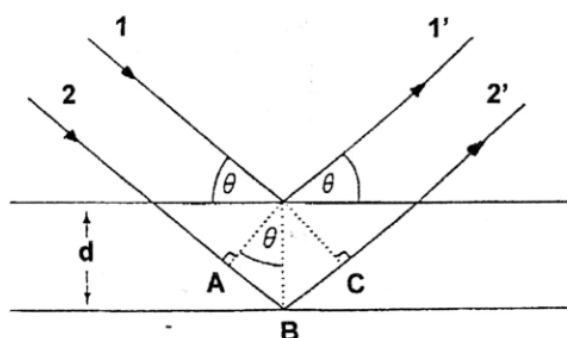
staje się nieco wyższa od progu absorpcji atomów absorbenta (patrz **Rys.3.**). Wówczas ma miejsce silna absorpcja promieniowania i w konsekwencji, promieniowanie takie jest eliminowane z wiązki końcowej. Na przykład, aby pozbyć się niepożądanego linii K_{β} z widma miedzi stosuje się cienkie folie niklowe, gdyż energia linii CuK_{β} jest większa od poziomu K niklu ($K_{CuK_{\beta}} = 8,90 \text{ keV}$, $E_{NiK} = 8,33 \text{ keV}$). Ponieważ energia linii CuK_{α} jest za niska aby wybić elektron z powłoki K niklu, ta linia zostanie tylko nieznacznie osłabiona. Na **Rys.4** przedstawiono widmo rentgenowskie lampy miedziowej i masowy współczynnik absorpcji niklu w zależności od długości fali.

5.2 Monochromatyzacja przez odbicie

Kiedy ciągłe promieniowanie rentgenowskie pada pod ustalonym kątem θ w stosunku do pewnej rodziny płaszczyzn sieciowych (**Rys.5**), to w wiązce odbitej pod tym samym kątem θ , na skutek wzmocnienia interferencyjnego, pozostaną tylko fale dyskretnej długości. O wartościach λ_n decyduje różnica dróg optycznych pomiędzy falami odbijanymi (promienie 1' i 2') od sąsiednich płaszczyzn krystalograficznych. Tylko te λ_n będą rejestrowane dla których spełniony będzie **warunek Bragga** tj. gdy różnica dróg optycznych $AB+BC = 2d\sin\theta$, pomiędzy promieniami 1' i 2', będzie równa całkowitej wielokrotności długości fali:

$$2d\sin\theta = n\lambda_n \quad n = 1,2,3,\dots \quad [7]$$

gdzie d oznacza odległość pomiędzy dwoma sąsiednimi płaszczyznami, a n nazywa się rzędem ugięcia lub rzędem odbicia.



Rys.5. Ilustracja do wyprowadzenia warunku Bragga.

Zmieniając kąt padania wiązki na kryształ, można wybierać z widma padającego promieniowania rentgenowskiego fale o różnych długościach. Można zatem obserwować pełne widmo promieniowania oraz określać jego charakterystyczne

elementy. Charakterystyczne długości fal możemy wyznaczyć z równania [7], a energii z zależności:

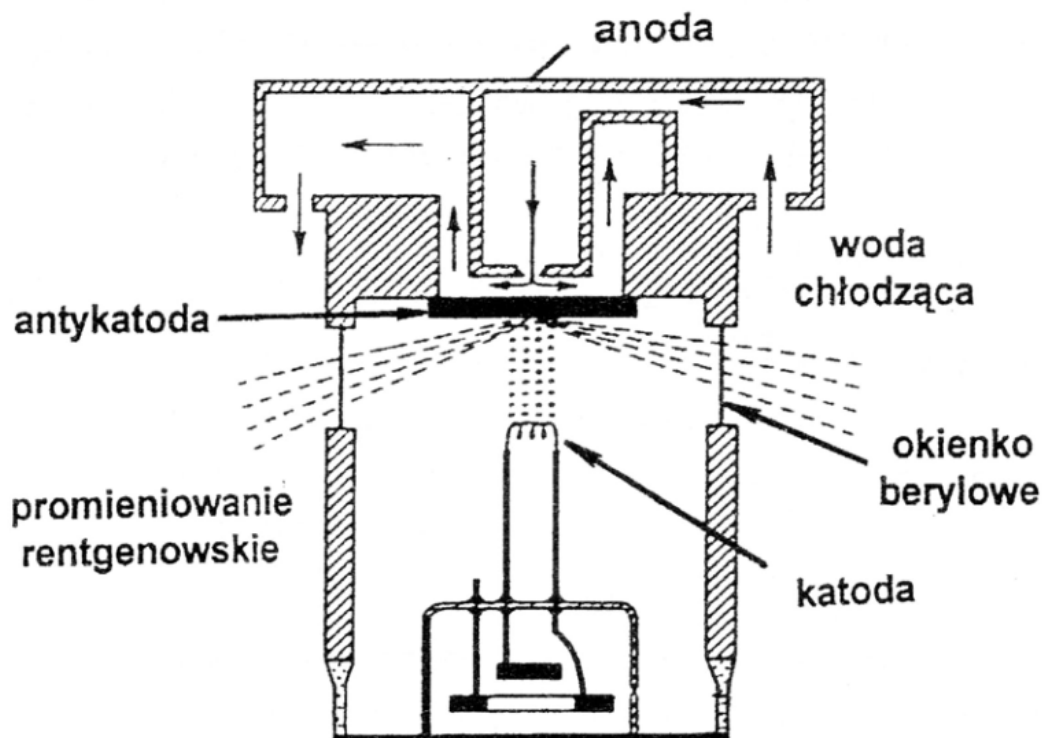
$$E_n = h c / \lambda_n \quad [8]$$

gdzie: h - stała Plancka, c - prędkość światła

II. Opis metody pomiarowej

1. Lampa rentgenowska

Na Rys.6 pokazano konstrukcję typowej lampy rentgenowskiej. Elektrony emitowane z rozżarzonej katody są przyspieszane w polu elektrycznym w kierunku anody i wyhamowywane w antykatodzie. Promieniowanie rentgenowskie wychodzi następnie na zewnątrz przez okienka wykonane najczęściej z berylu, który charakteryzuje się małą absorpcją promieniowania rentgenowskiego. (Doświadczalnie stwierdzono że maksimum natężenia promieniowania uzyskuje się pod kątem do płaszczyzny antykatody, wynoszącym około 10°).



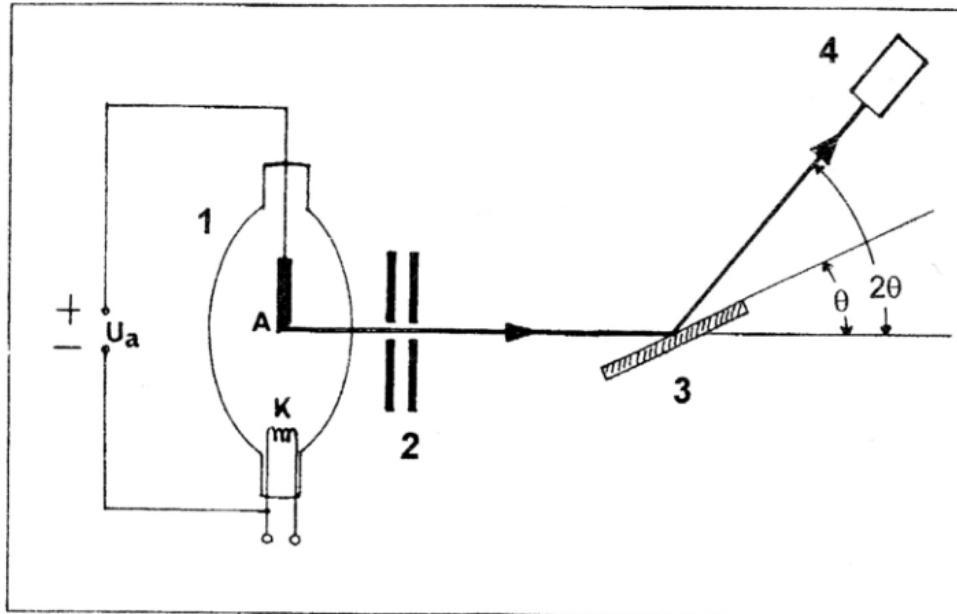
Rys.6. Schemat lampy rentgenowskiej.

2. Układ pomiarowy

Układ pomiarowy pracujący "on line" z komputerem, składa się z lampy rentgenowskiej z antykatodą miedzianą - 1, kolimatora - 2, kryształu analizatora - 3

oraz detektora promieniowania - 4 (**Rys.7**). Jako analizator stosowany jest kryształ fluorku litu ($d=0,2014 \text{ nm}$) zaś detektorem jest licznik Geigera-Müllera.

Kryształ analizatora umieszczony jest na osi obrotu tak, że jego powierzchnia może być ustawiana pod kątem $-5^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ względem skolimowanej wiązki rentgenowskiej. Ruch detektora sprzężony jest z obrotem kryształu w ten sposób, że detektor jest pod stałym kątem równym θ w stosunku do powierzchni kryształu (czyli 2θ w stosunku do kierunku wiązki padającej).



Rys.7 Schemat układu pomiarowego

W ćwiczeniu rejestrowane będą widma rentgenowskie dla różnych napięć przyspieszających elektrony, z zastosowaniem filtru niklowego i bez. Wyznaczane będą granice krótkofalowe widm i wyliczana stała Plancka. Określone będą położenia linii charakterystycznych oraz współczynniki absorpcji linii $\text{CuK}\alpha$ w aluminium i cynku.

III. Wykonanie pomiarów

1. Włączyć układ, interface i komputer. Ustawić 24 kV napięcia przyspieszającego. Zarejestrować widmo rentgenowskie od $5^\circ \leq \theta \leq 32^\circ$ (45°) co $0,2^\circ$ w czasie 1 sek. i zapamiętać je w pliku zawierającym w nazwie wartość napięcia przyspieszającego i numer zespołu laboratoryjnego.

Analogiczne pomiary wykonać dla 22, 20, 18, 16 i 14 kV.

2. Zarejestrować widma rentgenowskie dla napięć 24, 22 i 20 kV z zastosowaniem filtru niklowego, od $5^\circ \leq \theta \leq 32^\circ$ (45°) co $0,2^\circ$ w czasie 1sek.

3. Zaimportować do „Origina” zapamiętane pliki i wyznaczyć wartości kąta θ dla poszczególnych elementów widm. Otrzymane wartości wpisać do tabeli protokołu ćwiczenia.

IV. Opracowanie wyników

1. Na podstawie wykonanych pomiarów wyznaczyć długości graniczne λ_{gr} i odpowiadające im energie graniczne E_{gr} widm ciągłych dla stosowanych napięć przyspieszających oraz λ i E linii charakterystycznych. Dla wyznaczanych wielkości – kąta θ , długości fali i energii - określić niepewności pomiarowe typu B.
2. Korzystając ze wzorów zlinearyzować zależność między $\sin\theta_{gr}$ i odwrotnością napięcia przyspieszającego. Nanieść na otrzymany wykres niepewności pomiarowe. Dopasować prostą metodą najmniejszych kwadratów i wyznaczyć z jej współczynnika kierunkowego stałą Plancka h oraz jej niepewność typu A. Obliczyć niepewność typu B stałej Plancka dla jednego punktu pomiarowego. W razie konieczności złożyć niepewności obu typów. Podać ostateczny wynik z niepewnością rozszerzoną (przyjąć współczynnik rozszerzenia równy 2). Porównać go z z wartością tablicową.
3. Wykonać test χ^2 . Określić czy można przyjąć hipotezę o liniowości badanej zależności poziomie istotności $\alpha = 5\%$ i dla określonej liczby stopni swobody. Sformułować i zapisać wnioski.
4. Dla danego napięcia przyspieszającego porównać widma uzyskane z zastosowaniem filtra i bez. Przedyskutować przyczyny widocznych różnic i podobieństw.

Dla wybranego napięcia przyspieszającego wykonać dwa wykresy $I = f(\lambda)$ oraz $I = f(E)$. W tym celu należy przeliczyć kąt θ na odpowiadającą mu wartość długości fali λ i energii fotonów E . Opisać ich poszczególne elementy i zapisać wnioski na temat ich przebiegu

1. Wyznaczyć długość graniczną (λ_{gr}) i energię graniczną (E_{gr}) widma ciągłego dla stosowanych napięć przyspieszających.
2. Wyznaczyć λ i E linii charakterystycznych.
3. Wykonać wykres zależności $\sin\theta_{gr}$ w funkcji odwrotności napięcia przyspieszającego. Wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów stałą Plancka.
4. Określić popełniane błędy, a uzyskane wyniki i porównać z wartościami tablicowymi.

5. Dla danego napięcia przyspieszającego porównać widma uzyskane z zastosowaniem filtru i bez. Przedyskutować przyczyny różnic i podobieństw uzyskanych widm.

(Każdy z wykonujących ćwiczenie dołącza do sprawozdania dla „swojego” napięcia przyspieszającego po dwa zestawy widm porównawczych: $I = f(\lambda)$ oraz $I = f(E)$).

V. Pytania kontrolne

1. Wyjaśnij mechanizm powstawania ciągłego i charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego.
2. Jakiego minimalnego napięcia należy użyć do przyspieszania elektronów, aby w widmie rentgenowskim powstałym w wyniku hamowania tych elektronów była fala o długości $\lambda = 0,1 \text{ nm}$?
3. Sformułuj i omów wzór Moseleya.
4. Przyjmując, że stała ekranowania σ we wzorze [2] równa jest 1, oszacuj ile razy większa jest długość fali K_{α} dla miedzi ($Z=29$) od długości linii K_{α} dla złota ($Z=79$).
5. Podaj równanie absorpcji Beera i omów zjawisko absorpcji promieniowania rentgenowskiego.
6. Dlaczego na kliszach rentgenowskich zdjęć organizmu ludzkiego obszary odpowiadające tkankom miękkim są ciemniejsze niż obszary związane z kośćmi ?
7. Promieniowania rentgenowskiego pada pod zmieniającym się kątem na płaszczyzny sieciowe obracającego się kryształu analizatora. Kiedy i dlaczego licznik Geigera-Müllera, obracający się na wspólnej z kryształem osi (tzw. goniometr rentgenowski) może rejestrować promieniowanie rentgenowskie ?
8. Wyprowadź i przedstaw graficznie zależności $\sin\theta_{gr}$ (θ_{gr} graniczny kąt rentgenowskiego promieniowania hamowania) od odwrotności napięcia U przyspieszającego elektrony? Jak wyliczysz stałą Plancka stosując liniową metodę sumy najmniejszych kwadratów ?

VI. Literatura

1. Sz. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz.V: Fizyka atomu, str. 17 - 40, PWN W-wa, 1976
2. P. Luger, Rentgenografia strukturalna monokryształów, str. 90 - 104, PWN W-wa, 1989

3. O. Oldenberg, N.C. Rasmussen, Fizyka współczesna, str.184 -216, PWN W-wa, 1970.
4. D. Halliday, R .Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, str. 85 – 88, PWN W-wa, 2003.